

საბაზისო კურსი აქტუარული აღრიცხვა სიცოცხლისა და საპენსიო დაზღვევაში

საგამოცდო ამოცანების ნიმუშები

ამოცანა 1. ორი A და B ხდომილობისათვის ცნობილია, რომ $P(A \cup B) = 0.9$ და $P(A \cup \overline{B}) = 0.8$. გამოთვალეთ $P(A)$.

ამოცანა 2. შესაძლებელია თუ არა, რომ ორი A და B ხდომილობისათვის $P(A \cup B) = 0.6$ და $P(A \cup \overline{B}) = 0.3$? თუ ეს შესაძლებელია, გამოთვალეთ $P(A)$.

ამოცანა 3. დამოუკიდებელი A და B ხდომილობებისათვის ცნობილია, რომ $P(A \cup B) = 0.9$ და $P(A \cup \overline{B}) = 0.3$. რომელია უფრო დიდი, $P(A)$ თუ $P(B)$?

ამოცანა 4. ვთქვათ, e_x აღნიშნავს x ასაკში ადამიანის დარჩენილ საშუალო სიცოცხლის ხანგრძლივობას. აჩვენეთ, რომ e_x არის x -ის კლებადი ფუნქცია.

ამოცანა 5. ვთქვათ, e_x აღნიშნავს x ასაკში ადამიანის დარჩენილ საშუალო სიცოცხლის ხანგრძლივობას. აჩვენეთ, რომ $x + e_x$ არის x -ის ზრდადი ფუნქცია.

ამოცანა 6*. ვთქვათ, K_x აღნიშნავს x ასაკში ადამიანის დარჩენილ სიცოცხლის ხანგრძლივობას. აჩვენეთ, რომ მისი განაწილება არის მარჯვნივ ასიმეტრული, ანუ $E(K_x - e_x)^3 \leq 0$.

ამოცანა 7. ვთქვათ, K_{65} აღნიშნავს საპენსიო ასაკში მყოფი მამაკაცის დარჩენილ წლებს. 2002 წლის მოკვდაობის ცხრილებზე დაყრდნობით შეადარეთ $\{K_{65} \geq e_0 - 65\}$ და $\{K_{65} \geq e_{65}\}$ ხდომილობათა ალბათობები. შეიცვლება, თუ არა შედეგი მოკვდაობის სხვა ცხრილების შემთხვევაში? პასუხი დაასაბუთეთ.

ამოცანა 8. ვთქვათ, K_{65} აღნიშნავს საპენსიო ასაკში მყოფი მამაკაცის დარჩენილ წლებს. გამოთვალეთ 2002 წლის მოკვდაობის ცხრილებზე დაყრდნობით $K_{65} \wedge e_{65}$ შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინი.

ამოცანა 9. ვთქვათ, K_{65} აღნიშნავს საპენსიო ასაკში მყოფი მამაკაცის დარჩენილ წლებს. გამოთვალეთ 2002 წლის მოკვდაობის ცხრილებზე დაყრდნობით $K_{65} \vee e_{65}$ შემთხვევითი სიდიდის მათემატიკური ლოდინი.

ამოცანა 10. ორი პიროვნება საბანკო დეპოზიტზე დებს ერთსადიმავე თანხას, პირველი ნომინალური 6%-იანი განაკვეთით წელიწადში ოთხჯერადი დარიცხვით, ხოლო მეორე – ნომინალური 4%-იანი განაკვეთით წელიწადში ექვსჯერადი დარიცხვით. რომელს უფრო მეტი თანხა ექნება 10 წლის შემდეგ?

ამოცანა 11. ორი პიროვნება საბანკო დეპოზიტზე დებს ერთსადიმავე თანხას, პირველი ნომინალური 4%-იანი განაკვეთით წელიწადში ორჯერადი დარიცხვით, ხოლო მეორე – უწყვეტი საპროცენტო δ განაკვეთით. 10 წლის შემდეგ აღმოჩნდა, რომ საბანკო ანგარიშზე ორივეს ერთნაირი თანხა დაუგროვდათ. როგორი იყო δ განაკვეთი, თუ ცნობილია, რომ ის, ისევე როგორც პირველის 4% უცვლელი იყო წლების მიხედვით.

ამოცანა 12. პიროვნება საბანკო ანგარიშზე ყოველი სამწლიანი პერიოდის დასაწყისში ერთიდაიგივე წლიური ეფექტური საპროცენტო განაკვეთით დებს \$2000-ს. 30 წლის შემდეგ აღმოჩნდა, რომ მას დეპოზიტზე 5-ჯერ მეტი თანხა აქვს, ვიდრე ჰქონდა 15 წლის შემდეგ. რა თანხა აქვს პიროვნებას ანგარიშზე 30 წლის შემდეგ?

ამოცანა 13. გამოთვალეთ უვადო ავანსირებული ანუიტეტის ღირებულება 65 წლის მამაკაცისათვის წლიური \$1000-იანი გადახდებით და წლიური 6%-იანი განაკვეთის შემთხვევაში.

ამოცანა 14. გამოთვალეთ 25 წლით გადავადებული უვადო ავანსირებული ანუიტეტის ღირებულება 40 წლის მამაკაცისათვის წლიური \$1000-იანი გადახდებით და წლიური 6%-იანი განაკვეთის შემთხვევაში.

ამოცანა 15. რისი ტოლია 5 წლით გადავადებული 20 წლის ვადიანი ავანსირებული ანუიტეტის ღირებულება 35 წლის ქალისათვის წლიური \$1200-იანი გადახდებით და წლიური 7%-იანი განაკვეთის შემთხვევაში?

ამოცანა 16. რისი ტოლია 5 წლით გადავადებული 10 წლის ვადიანი წლიური პენსია 6%-იანი განაკვეთის შემთხვევაში, თუ პენსიონერი ქალის დანაგროვი შეადგენს \$20000 და გადახდა ხდება ყოველი წლის ბოლოს?

ამოცანა 17. რისი ტოლია უვადო წლიური პენსია 6%-იანი განაკვეთის შემთხვევაში, თუ პენსიონერი მამაკაცის დანაგროვი შეადგენს \$30000 და გადახდა ხდება ყოველი წლის დასაწყისში?

ამოცანა 18. რისი ტოლია უვადო 10 წლით გადავადებული წლიური პენსია 5%-იანი განაკვეთის შემთხვევაში, თუ პენსიონერი ქალის დანაგროვი შეადგენს \$25000 და გადახდა ხდება ყოველი წლის დასაწყისში?

ამოცანა 19. გამოთვალეთ უვადო სიცოცხლის დაზღვევის კონტრაქტის აქტუარული ღირებულება 55 წლის მამაკაცისათვის, თუ სადაზღვევო თანხა შეადგენს \$50000-ს და წლიური საპროცენტო განაკვეთია 5%.

ამოცანა 20. გამოთვალეთ მინიმალური ნეტო-პრემიის სიდიდე უვადო სიცოცხლის დაზღვევის კონტრაქტისათვის 50 წლის მამაკაცისათვის, თუ სადაზღვევო თანხა შეადგენს \$50000-ს, განვადება ხდება 15 წლით და წლიური საპროცენტო განაკვეთია 6%.

ამოცანა 21. გამოთვალეთ 15 წლის ვადიანი სიცოცხლის დაზღვევის კონტრაქტის აქტუარული ღირებულება 45 წლის ქალისათვის, თუ სადაზღვევო თანხა შეადგენს \$40000-ს და წლიური საპროცენტო განაკვეთია 5%.

ამოცანა 22. გამოთვალეთ მინიმალური ნეტო-პრემიის სიდიდე 10 წლის ვადიანი სიცოცხლის დაზღვევის კონტრაქტისათვის 40 წლის ქალისათვის, თუ სადაზღვევო თანხა შეადგენს \$50000-ს, განვადება ხდება 5 წლით და წლიური საპროცენტო განაკვეთია 7%.

ამოცანა 23. რისი ტოლია მინიმალური ნეტო-პრემიის სიდიდე 10 წლის ვადიანი შერეული სიცოცხლის დაზღვევის კონტრაქტისათვის 40 წლის მამაკაცისათვის, თუ სადაზღვევო თანხა შეადგენს \$40000-ს, განვადება ხდება 5 წლით და წლიური საპროცენტო განაკვეთია 6%.

ამოცანა 24. გამოთვალეთ 30 წლის ქალის 20 წლის ვადიანი შერეული სიცოცხლის დაზღვევის მინიმალური ერთჯერადი და განვადებული ნეტო-პრემიების სიდიდეები, თუკი სადაზღვევო თანხა \$100000 შეადგენს, წლიური საპროცენტო განაკვეთი 5%-ია და განვადება ხდება ა) სადაზღვევო პერიოდის ბოლომდე; ბ) განვადება ხდება 10 წლის განმავლობაში.

ამოცანა 25. რისი ტოლია მინიმალური ნეტო-პრემიის სიდიდე 10 წლის ვადიანი შერეული სიცოცხლის დაზღვევის კონტრაქტისათვის 43 წლის ქალისათვის, თუ სადაზღვევო თანხა შეადგენს \$30000-ს, განვადება ხდება 5 წლით და წლიური საპროცენტო განაკვეთია 7%.

ამოცანა 26. სიცოცხლის დაზღვევის ერთწლიან კონტრაქტებში მინიმალური ნეტო-პრემიების სიდიდეებიდან რომელი უფრო მეტია, 40 წლის ქალის, თუ 25 წლის მამაკაცის პრემია, თუ სადაზღვევო თანხა ორივე შემთხვევაში შეადგენს \$10000-ს და წლიური საპროცენტო განაკვეთია 7%.

ამოცანა 27. ტოლი სადაზღვევო თანხებისა და წლიური საპროცენტო განაკვეთების შემთხვევაში სიცოცხლის დაზღვევის ერთწლიან კონტრაქტებში მინიმალური ნეტო-პრემიების სიდიდეებიდან რომელი უფრო ნაკლებია, 50 წლის ქალის, თუ 35 წლის მამაკაცის პრემია?

ამოცანა 28. აჩვენეთ, რომ სიცოცხლის დაზღვევის რისკობრივ სახეობებში ყოველი ასაკისათვის ბოლომდე განვადებული მინიმალური ნეტო-პრემია უფრო მაღალია, ვიდრე ერთწლიანი კონტრაქტის ღირებულება.

ამოცანა 29. აჩვენეთ, რომ ასაკის მიღწევაზე სიცოცხლის დაზღვევის სახეობაში ყოველი ასაკისათვის, რომლისათვისაც $p_x \geq 0.5$ ბოლომდე განვადებული მინიმალური ნეტო-პრემია უფრო მაღალია, ვიდრე ერთწლიანი კონტრაქტის ღირებულება.

ამოცანა 30. აჩვენეთ, რომ სიცოცხლის დაზღვევის შერეულ სახეობაში ყოველი ასაკისათვის ბოლომდე განვადებული მინიმალური ნეტო-პრემია უფრო მაღალია, ვიდრე ერთწლიანი კონტრაქტის ღირებულება.

ამოცანა 31. აჩვენეთ, რომ უვადო სიცოცხლის დაზღვევის რეზერვებისათვის პრემიების “ბოლომდე” განვადების შემთხვევაში სამართლიანია ფორმულა

$${}_tV_x = 1 - \frac{\ddot{a}_{x+t}}{\ddot{a}_x}, \quad t \geq 0.$$

ამოცანა 32. გამოთვალეთ უვადო სიცოცხლის დაზღვევის რეზერვები პირველი 10 წლის განმავლობაში 40 წლის მამაკაცისათვის, რომელიც დაზღვეულია 10000 აშშ დოლარზე, თუ წლიური საპროცენტო განაკვეთი 7%-ის ტოლია.

ამოცანა 33. აჩვენეთ, რომ შერეული n წლის ვადიანი სიცოცხლის დაზღვევის რეზერვებისათვის პრემიების “ბოლომდე” განვადების შემთხვევაში სამართლიანია ფორმულა

$${}_tV_{x:n|} = 1 - \frac{\ddot{a}_{x+t:n-t|}}{\ddot{a}_{x:n|}}, \quad 0 \leq t \leq n-1.$$

ამოცანა 34. გამოთვალეთ სიცოცხლის შერეული დაზღვევის რეზერვი მე-5 წლის ბოლოს 40 წლის მამაკაცისათვის, რომელიც დაზღვეულია 10 წლის ვადით 10000 აშშ დოლარზე, თუ წლიური საპროცენტო განაკვეთი 7%-ის ტოლია.

ამოცანა 35. გამოთვალეთ უვადო სიცოცხლის დაზღვევის რეზერვები პირველი 10 წლის განმავლობაში 45 წლის ქალისათვის, რომელიც დაზღვეულია 10000 აშშ დოლარზე, თუ წლიური საპროცენტო განაკვეთი 5%-ის ტოლია.

ამოცანა 36. გამოთვალეთ სიცოცხლის შერეული დაზღვევის რეზერვი მე-7 წლის ბოლოს 45 წლის მამაკაცისათვის, რომელიც დაზღვეულია 10 წლის ვადით 10000 აშშ დოლარზე, თუ წლიური საპროცენტო განაკვეთი 6%-ის ტოლია.

ამოცანა 37. გამოთვალეთ 10 წლის ვადიანი ბონუსიანი სიცოცხლის დაზღვევის მინიმალური ერთჯერადი და ბოლომდე განვადებული პრემიები თუ სადაზღვევო თანხაა 15000, ხოლო ყოველწლიური ბონუსი – 500 აშშ დოლარი და წლიური საპროცენტო განაკვეთი 6%-ის ტოლია.

ამოცანა 38. გამოთვალეთ 45 წლის მამაკაცისათვის დაბრუნებადი უვადო სიცოცხლის დაზღვევის მინიმალური ერთჯერადი და ბოლომდე განვადებული პრემიები, თუ სადაზღვევო თანხაა \$10000 და წლიური საპროცენტო განაკვეთი 7%-ის ტოლია.

ამოცანა 39. გამოთვალეთ 35 წლის ქალისათვის დაბრუნებადი 10 წლის ვადიანი სიცოცხლის დაზღვევის მინიმალური ერთჯერადი და ბოლომდე განვადებული პრემიები, თუ სადაზღვევო თანხაა \$20000 და წლიური საპროცენტო განაკვეთი 6%-ის ტოლია.

ამოცანა 40. გამოთვალეთ 55 წლის მამაკაცისათვის დაბრუნებადი 10 წლის ვადიანი შერეული სიცოცხლის დაზღვევის მინიმალური ერთჯერადი და ბოლომდე განვადებული პრემიები, თუ სადაზღვევო თანხაა \$10000, დაბრუნება ხდება მხოლოდ გარდაცვალების შემთხვევაში და წლიური საპროცენტო განაკვეთი 5%-ის ტოლია.

ამოცანა 41. გამოთვალეთ 40 წლის ქალისათვის დაბრუნებადი 10 წლის ვადიანი შერეული სიცოცხლის დაზღვევის მინიმალური ერთჯერადი და ბოლომდე განვადებული პრემიები, თუ სადაზღვევო თანხაა \$10000, დაბრუნება ხდება მხოლოდ ცოცხლად დარჩენის შემთხვევაში და წლიური საპროცენტო განაკვეთი 5%-ის ტოლია.

ამოცანა 42. გამოთვალეთ 40 წლის მამაკაცის 10 წლის ვადიანი დაბრუნებადი სიცოცხლის დაზღვევის ერთჯერადი და განვადებული ბრუტო-პრემიები \$10000-იან სადაზღვევო თანხაზე, 6%-იანი განაკვეთის პირობებში, თუ ცნობილია, რომ საწყისი ხარჯები სადაზღვევო თანხის 5%-ია, ხოლო მიმდინარე წლიური ხარჯი შეადგენს \$150.

ამოცანა 43. გამოთვალეთ 50 წლის ქალის 10 წლის ვადიანი დაბრუნებადი სიცოცხლის დაზღვევის ერთჯერადი და განვადებული ბრუტო-პრემიები \$10000-იან სადაზღვევო თანხაზე 7%-იანი განაკვეთის პირობებში, თუ ცნობილია, რომ საწყისი ხარჯები პირველი წლის ბრუტო-პრემიის 50%-ია, საკომისიო ხარჯები ბრუტო-პრემიის 8%-ია, ხოლო მიმდინარე წლიური ხარჯი შეადგენს \$100.

ამოცანა 44. გამოთვალეთ 50 წლის მამაკაცისა და 45 წლის ქალის ერთობლივი უვადო სიცოცხლის დაზღვევის კონტრაქტის ღირებულება პირველი მათგანის გარდაცვალებამდე, თუ სადაზღვევო თანხა შეადგენს \$30000-ს, ხოლო წლიური საპროცენტო განაკვეთია 5%.

ამოცანა 45. გამოთვალეთ 55 წლის მამაკაცისა და 50 წლის ქალის ერთობლივი უვადო სიცოცხლის დაზღვევის კონტრაქტის ღირებულება უკანასკნელი მათგანის გარდაცვალებაზე, თუ სადაზღვევო თანხა შეადგენს \$25000-ს, ხოლო წლიური საპროცენტო განაკვეთია 6%.

ამოცანა 46. გამოთვალეთ 50 წლის მამაკაცისა და 45 წლის ქალის ერთობლივი 20 წლის ვადიანი სიცოცხლის დაზღვევის კონტრაქტის ღირებულება პირველი მათგანის გარდაცვალებამდე, თუ სადაზღვევო თანხა შეადგენს \$20000-ს, ხოლო წლიური საპროცენტო განაკვეთია 6%.

ამოცანა 47. გამოთვალეთ 55 წლის მამაკაცისა და 50 წლის ქალის ერთობლივი 10 წლის ვადიანი სიცოცხლის დაზღვევის კონტრაქტის ღირებულება უკანასკნელი მათგანის გარდაცვალებაზე, თუ სადაზღვევო თანხა შეადგენს \$15000-ს, ხოლო წლიური საპროცენტო განაკვეთია 7%.

ამოცანა 48. გამოთვალეთ 60 წლის მამაკაცისა და მისი 53 წლის მეუღლისათვის \$1500-ის ტოლი გადახდების უვადო რენტის ღირებულება, თუ ცოცხლად დარჩენილი მეუღლე ამ თანხებს მიიღებს მეორის გარდაცვალების შემდეგ და წლიური საპროცენტო განაკვეთია 5%.

ამოცანა 49. გამოთვალეთ ყოველწლიური შენატანის სიდიდე 40 წლის მამაკაცისათვის, თუ მას სურს მიიღოს \$2400-ის ტოლი უვადო წლიური პენსია და წლიური საპროცენტო განაკვეთია 6% (საპენსიო ასაკია 65 წელი).

ამოცანა 50. გამოთვალეთ ყოველწლიური შენატანის სიდიდე 43 წლის მამაკაცისათვის, თუ მას სურს 10 წლის განმავლობაში მიიღოს \$3000-ის ტოლი წლიური ვადიანი პენსია და წლიური საპროცენტო განაკვეთია 6% (საპენსიო ასაკია 65 წელი).

ამოცანა 51. გამოთვალეთ 10 წლის ვადიანი და უვადო პენსიების სიდიდეები საპენსიო ასაკს მიტანებულ მამაკაცისათვის, თუ მისი საპენსიო დანაგროვი \$40000-ის ტოლია და წლიური საპროცენტო განაკვეთია 6% (საპენსიო ასაკია 65 წელი).

ამოცანა 52. გამოთვალეთ 65 წლის მამაკაცისა და მისი 58 წლის მეუღლისათვის ერთობლივი პენსიის ოდენობა, თუ მათი საპენსიო დანაგროვი \$40000-ის ტოლია და წლიური საპროცენტო განაკვეთია 6%.

ამოცანა 53. გამოთვალეთ 23-ე, 24-ე, 25-ე და 26-ე წლების რეზერვები 40 წლის ასაკში პენსიის ოდენობით განსაზღვრულ საპენსიო სქემაში ჩართული მამაკაცისათვის, რომელმაც კონტრაქტის პირობებით უნდა მიიღოს \$2400-ის ტოლი უვადო წლიური პენსია და მან უნდა დაფაროს შესატანი თანხა პირველი 10 წლის განმავლობაში. ჩათვალეთ, რომ წლიური საპროცენტო განაკვეთია 6%.

ამოცანა 54. გამოთვალეთ 23-ე, 24-ე, 25-ე და 26-ე წლების რეზერვები 40 წლის ასაკში პენსიის ოდენობით განსაზღვრულ საპენსიო სქემაში ჩართული მამაკაცისათვის, რომელმაც კონტრაქტის პირობებით უნდა მიიღოს \$2400-ის ტოლი 10 წლის ვადიანი წლიური პენსია და მან უნდა დაფაროს შესატანი თანხა პირველი 15 წლის განმავლობაში. ჩათვალეთ, რომ წლიური საპროცენტო განაკვეთია 7%.

ამოცანა 54. გამოთვალეთ 23-ე, 24-ე, 25-ე და 26-ე წლების რეზერვები 40 წლის ასაკში შენატანებით განსაზღვრულ საპენსიო სქემაში ჩართული მამაკაცისათვის, რომელსაც ყოველი წლის დასაწყისში შეაქვს \$400-ის ტოლი შენატანი და წლიური საპროცენტო განაკვეთია 7%.